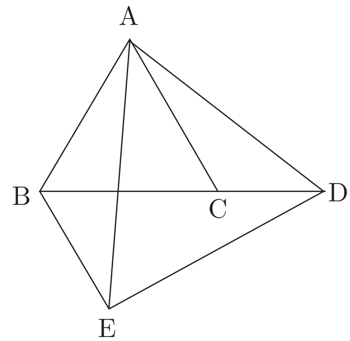
４章　証明問題の探求（２）

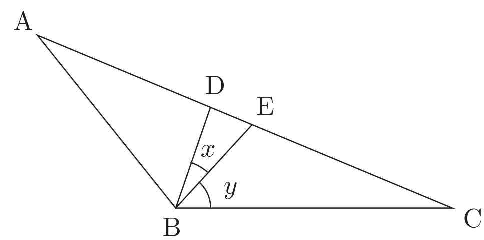
問題

■演習

★★【1】　右の図のように，正三角形 ABC の辺 BC の延長上に１点 D をとる．
AD を１辺とする正三角形 ADE を，AD に関して C と同じ側にとれば，AC//BE であることを証明しなさい．



★★【2】　△ ABC の辺 AC 上に点 D，E を，CB=CD，AB=AE となるようにとり，∠ABC= a とする．このとき，次の問いに答えなさい．



(1) ∠DBE= x，∠EBC= y とするとき，∠BDE，∠BED の大きさをそれぞれ a，x，y で表しなさい．

(2) x を a を使って表しなさい．

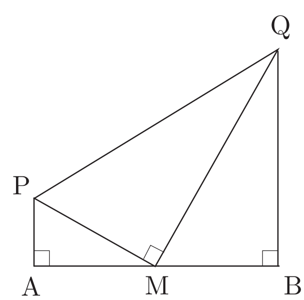
(3) $x = 30°$ となるとき，a の大きさを求めなさい．

(4) △ BDE が正三角形となるのは，△ ABC がどんな三角形のときですか．

★★【3】　右の図において，

AM=MB, ∠PAM=∠QBM=∠PMQ= 90°

である．



(1) ∠APM ＝ ∠QPM であることを証明しなさい．

(2) PQ=PA+QB であることを証明しなさい．

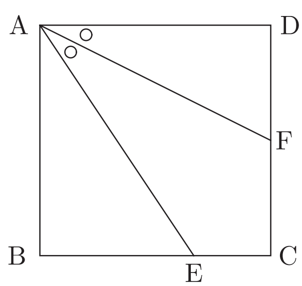
★★★
【4】　正方形ABCDがある．はじめに4個の動点P，Q，R，Sはそれぞれ頂点A，B，C，D上にあり，辺AB，BC，CD，DA上を，B，C，D，Aに向かって同時に出発し，同じ速さで動くとする．このとき，次の問いに答えなさい．

(1) 四角形PQRSは，つねに正方形であることを証明しなさい．

(2) PRがつねに定点を通ることを証明しなさい．

★★
【5】　正方形ABCDの辺BC上に点Eをとり，∠DAEの二等分線を引き，辺CDとの交点をFとする．

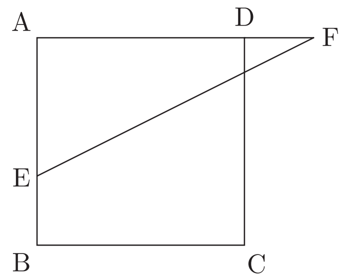
　このとき，AE=BE+DFが成り立つことを証明しなさい．



★★
【6】　右の図のように，正方形ABCDの辺AB上に任意の点Eをとり，ADの延長上に点FをBE=DFとなるようにとる．このとき，次の問いに答えなさい．

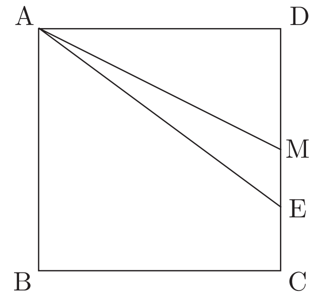
(1) $\angle \mathrm{CEF} = 45^\circ$であることを証明しなさい．

(2) EFとBDの交点をPとするとき，PはEFの中点であることを証明しなさい．

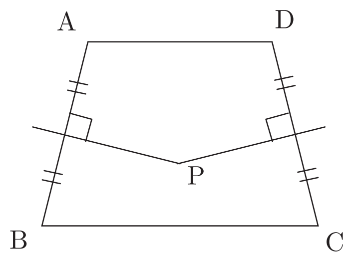


■自習

★★★
【7】　正方形 ABCD の辺 DC 上に AE=CE+BC となるように点 E をとり，辺 DC の中点を M とする．このとき，∠EAB=2∠DAM であることを証明しなさい．



★★★
【8】　四角形 ABCD は AD//BC，AB=DC の等脚台形である．AB，CD それぞれの垂直二等分線の交点を P とするとき，BP=CP であることを証明しなさい．



★★
【9】　右の図の四角形 ABCD の対角線 BD は，対角線 AC によって 2 等分されている．この四角形の内部にある 1 点を P とするとき，次の問いに答えなさい．

(1) 点 P とこの四角形の各頂点とを結んでできる 4 つ三角形の面積がすべて等しくなるようにするには，点 P をどこにとればよいですか．

(2) 点 P から 4 つの頂点までの距離の和が最小となるようにするには，点 P をどこにとればよいですか．