２章　正の数・負の数（２）

要点

例題 1

次の計算をしなさい．

(1) $(-6)+(+7)+(-2)+(+9)$　　(2) $(+7)-(+11)-(-6)+(-18)$

(3) $8-9+4-5$　　(4) $-3-5+6-10$

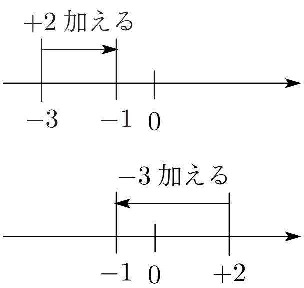
■考え方　加法の交換法則と結合法則

符号を含む数での複雑な計算においては，感覚に頼ると間違いやすいため，計算のルールをきちんと使いこなせることが必要になる．

▼交換法則

加える順序を変えても，計算の結果は変わらない．
この性質を加法の「**交換法則**」という．

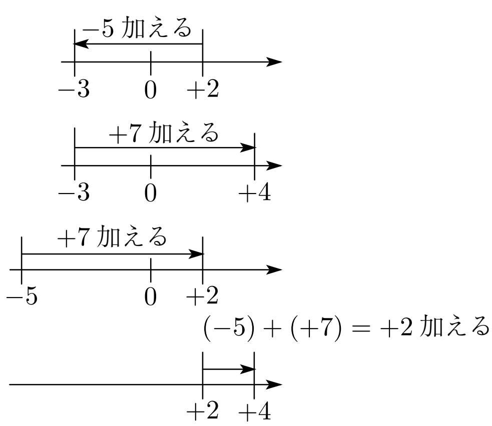
$$\underline{\mathrm{A}+\mathrm{B}=\mathrm{B}+\mathrm{A}}$$



▼結合法則

加える数をどのようにまとめても，計算の結果は変わらない．
この性質を加法の「**結合法則**」という．

$$\underline{(\mathrm{A}+\mathrm{B})+\mathrm{C}=\mathrm{A}+(\mathrm{B}+\mathrm{C})}$$



◆ここに注意◆

減法では交換法則・結合法則は成り立たない.

◆ここに注意◆

加法のルールでは，異符号の 2 数を加えるときに，符号の判断をして，さらに絶対値の差を計算する.

この操作は同符号の 2 数の和を加える操作より間違いやすい．そこで，加法の交換法則・結合法則を用いて，この**異符号の足し算が少なくなるように工夫をする**のである.

<u>工夫をしないとき ······ 異符号の和が 3 回</u>

$$\begin{aligned}
&\underline{(-6)+(+7)}+(-2)+(+9) && \text{異符号の和}\\
=&\ \underline{(+1)+(-2)}+(+9) && \text{異符号の和}\\
=&\ \underline{(-1)+(+9)} && \text{異符号の和}\\
=&\ +8
\end{aligned}$$

<u>工夫をしたとき ······ 異符号の和が 1 回</u>

$$(-6)+(+7)+(-2)+(+9)$$

$$\begin{aligned}
=&\ \underline{\{(+7)+(+9)\}}+\underline{\{(-6)+(-2)\}} && \text{同符号の和}\\
=&\ \underline{(+16)+(-8)} && \text{異符号の和}\\
=&\ +8
\end{aligned}$$

▼**加法・減法の混じった式の計算方法**

① 引く数の符号を逆にして，**加法だけの式**に直す．

② 加法の交換法則を用いて，**正の数，負の数のグループにわける**．

③ 加法の結合法則を用いて，**まず正の数，負の数のそれぞれの和**を求め，次にそれらを加える．

▼**符号が省略されているとき**の扱い．

$8-9+4-5$ は $(+8)+(-9)+(+4)+(-5)$ のかっこと $+$ を省略したものと見ることができる．また，先頭の項の $+$ は省略されていると考えられる．

このときの $+8$，-9，$+4$，-5 をこの式の**項**という．

◆**ここに注意**◆

正負の数が入り混じっている計算では，式を $+$ でつながれた項を単位として見る見方が大切である．そのときに注意することは，**符号は後ろの数につく**ように見ることである．

$$
\begin{aligned}
&8-9+4-5\\
&=(+8)+(-9)+(+4)+(-5)\\
&=(+8)+(+4)+(-9)+(-5)\\
&=(+12) \qquad + \qquad (-14)\\
&=-(14-12)\\
&=-2
\end{aligned}
$$

$$8\underline{-9}+4\underline{-5}$$

単純に 9 と 4 という数字を入れかえて $8-4+9-5$ のような変形はできない

$$=8+4\underline{-9-5}$$

9 を引いて，さらに 5 を引くのであわせて 14 を引くことになる．

$$
\begin{aligned}
&=12-(9+5)\\
&=12-14\\
&=-2
\end{aligned}
$$

【要点】

加法の交換法則　$A + B = B + A$
加法の結合法則　$(A + B) + C = A + (B + C)$

加法・減法の混じった式の計算方法

① 加法に直す

② 正の数・負の数どうしをまず加える

③ 異符号の数の和

符号が省略されているときの扱い

項の和としてみて計算する．先頭の $+$ は省略されているとみる．符号は後ろの数につく．

■解答

(1)
$$\begin{aligned}&(-6)+(+7)+(-2)+(+9)\\=&(+7)+(+9)+(-6)+(-2)\\=&(+16)+(-8)\\=&\mathbf{+8}\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}&(+7)-(+11)-(-6)+(-18)\\=&(+7)+(-11)+(+6)+(-18)\\=&(+7)+(+6)+(-11)+(-18)\\=&(+13)+(-29)\\=&\mathbf{-16}\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}&8-9+4-5\\=&(+8)+(-9)+(+4)+(-5)\\=&(+8)+(+4)+(-9)+(-5)\\=&(+12)+(-14)\\=&\mathbf{-2}\end{aligned}$$

＜別解＞

$$\begin{aligned}&8-9+4-5\\=&8+4-9-5\\=&12-14\\=&\mathbf{-2}\end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned}&-3-5+6-10\\=&(-3)+(-5)+(+6)+(-10)\\=&(+6)+(-3)+(-5)+(-10)\\=&(+6)+(-18)\\=&\mathbf{-12}\end{aligned}$$

＜別解＞

$$\begin{aligned}&-3-5+6-10\\=&6-3-5-10\\=&6-18\\=&\mathbf{-12}\end{aligned}$$

例題 2

次の計算をしなさい.

(1) $(-2)\times 3$

(2) $(+2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)$

(3) $(-2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)$

(4) $(-3)\times 2\times(-5)$

■考え方

▼符号がないときの積の扱い

正の数は $+$ の符号を省略して書くのが普通. このときは $+$ の符号がついていると考えて計算する.

◆ここに注意◆

四則演算 (足し算・引き算・かけ算・割り算のこと) の「$+$, $-$, $\times$, $\div$」と, 符号「$+$, $-$」との間には必ずかっこを入れること. $(+2)\times(+3)$ を $(+2)\times+3$ のように書いたり, $(-2)\times(-3)$ を $(-2)\times-3$ のように書いてはいけない. 先頭の数のかっこは省略してもよい. つまり $(+2)\times(+3)$ や $(-2)\times(-3)$ を $+2\times(+3)$ や $-2\times(-3)$ とすることは構わない.

▼ **3** つ以上の数の積の計算

$$
\begin{aligned}
&\underline{(+1)\times(-2)}\times(-3)\\
=\ &\underline{(-2)\quad\times(-3)}\\
=\ &\quad +6
\end{aligned}
$$

$(+)\times(-)\rightarrow(-)$

$(-)\times(-)\rightarrow(+)$

$$\oplus \xrightarrow{\times(-)} \ominus \xrightarrow{\times(-)} \oplus \xrightarrow{\times(-)} \ominus \xrightarrow{\times(-)} \oplus$$

1回　2回　3回　4回

上の計算を見ると, マイナスを 1 回かけるごとに
符号が変わることがわかる.
プラスは何回かけても符号が変わらない.

このことから符号は, $\begin{cases}\textbf{マイナスを偶数回}\text{かけるときは}\textbf{プラス}\\ \textbf{マイナスを奇数回}\text{かけるときは}\textbf{マイナス}\end{cases}$

となることがわかる.

絶対値の部分については, そのまま絶対値どうしの積をとればよい.
このことから次のようなルールがあることがわかる.

【要点】

3 つ以上の数の積

それぞれの数の絶対値の積をつくり，負の数が奇数個あれば $-$ の符号，偶数個あれば $+$ の符号をつける．

負の数が入っても，乗法の**交換法則・結合法則**は成り立つ．

$$(+2)\times(-3)=-6$$
$$(-3)\times(+2)=-6$$
$$\{(+2)\times(-3)\}\times(-4)=(-6)\times(-4)=+24$$
$$(+2)\times\{(-3)\times(-4)\}=(+2)\times(+12)=+24$$

したがって，負の数が入っても順序をいれかえて計算の工夫をしてよい．

【要点】

乗法の交換法則と結合法則

$\mathrm{A}\times\mathrm{B}=\mathrm{B}\times\mathrm{A}$ （交換法則）

$(\mathrm{A}\times\mathrm{B})\times\mathrm{C}=\mathrm{A}\times(\mathrm{B}\times\mathrm{C})$ （結合法則）

◆ここに注意◆

符号の間違いが多いので，**まず符号の決定**，**次に絶対値の計算**という順序で計算をする．

■確認

$$\text{数}=\left\{\begin{array}{c}\text{符号}\\ \text{と}\\ \text{絶対値}\end{array}\right\}\text{の 2 つの部分からなる．}$$

■解答

(1) $(-2)\times3=-(2\times3)=\mathbf{-6}$

(2) $(+2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)=-(2\times3\times4\times5)=\mathbf{-120}$

(3) $(-2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)=+(2\times3\times4\times5)=\mathbf{+120}$

(4) $(-3)\times2\times(-5)=(-3)\times\{2\times(-5)\}=(-3)\times(-10)=\mathbf{+30}$ ［先に 10 をつくった］

<注> はじめに符号を求めると

$$(-3)\times2\times(-5)=+(3\times2\times5)=+30$$

例題 3

次の計算をしなさい．

(1) 2^4　　(2) $(-3)^2$　　(3) -3^2

(4) 2×3^2　　(5) $(2\times 3)^2$

■考え方　累乗

同じ数をいくつかかけるとき，

5×5　　は 5^2 と表し，「5 の2乗」

$5\times 5\times 5$ は 5^3 と表し，「5 の3 乗」と読む．

このように，同じ数をいくつかかけたものを，その数の**累乗**といい，
右肩の小さい数を**指数**という．累乗の指数は，かけた数の個数を示している．

＜例＞　$2^3 = 2\times 2\times 2 = 8$ ……正しい

$2^3 = 2\times 3 = 6$ ……誤り →このような間違いをしないように

また，2 乗を「平方」，3 乗を「立方」ということもある．

【要点】

***a* の *n* 乗（累乗）**

$$a^n = \underbrace{a\times a\times \cdots\cdots \times a}_{n\ 個}$$

■解答

(1) $2^4 = 2\times 2\times 2\times 2 = \mathbf{16}$

(2) $(-3)^2 = (-3)\times(-3) = \mathbf{9}$

(3) $-3^2 = -(3\times 3) = \mathbf{-9}$

(4) $2\times 3^2 = 2\times 3\times 3 = 2\times 9 = \mathbf{18}$

(5) $(2\times 3)^2 = (2\times 3)\times(2\times 3) = 6\times 6 = \mathbf{36}$

◆ここに注意◆

$(-3)^2 = (-3)\times(-3) = +9$　　[マイナス × マイナスはプラス]

$-3^2 = -3\times 3$　　[かけ算が優先される]

$= (-3)\times(+3) = -9$

(　　) がつく，つかないで全く意味がかわることに注意しよう．

-3^2 は 3^2 にマイナスの記号をつけたものと考えることもできる．

＜考えてみよう＞

$(2\times 3)^3 = 2^3\times 3^3$ は正しいだろうか？

例題 4

次の計算をしなさい.

(1) $(-14)\times(+2)\div(-7)$

(2) $\left(-\dfrac{5}{6}\right)\div\left(-1\dfrac{1}{4}\right)\times\left(-2\dfrac{3}{4}\right)$

(3) $\dfrac{3}{8}\div\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{3}\right)-(-2)^3-\dfrac{1}{2}$

■考え方　符号を含む数の四則演算

加法（足し算）・減法（引き算）・乗法（かけ算）・除法（割り算）をあわせて**四則演算**という．原則として減法は加法に（符号を逆にして加える），除法は乗法に（割る数の逆数をかける）直してから計算をする．

また，計算においては**計算の順序**が大事である．「$\times,\div$」が先，「$+,-$」が後 が原則だが，かっこがあったときはかっこの中の計算が最も先に行われる．累乗の計算は間違いやすいので先に処理する．

【要点】

乗法・除法の混じった計算の手順

① 割り算は逆数のかけ算に直して乗法だけの式にする．

② 積の符号を決め，絶対値の計算をする．このとき，積の順序を変えてよい．

四則の混じった計算の順序

① かっこの中の計算

② 累乗の計算

③ 乗法・除法，加法・減法の順に計算．

■解答

(1)

$$(-14)\times(+2)\div(-7)$$

割り算を逆数のかけ算に直す.

$$=(-14)\times(+2)\times\left(-\frac{1}{7}\right)$$

積の符号を決め，絶対値の計算をする.

$$=+\left(14\times2\times\frac{1}{7}\right)=\mathbf{4}$$

(2)

$$\left(-\frac{5}{6}\right)\div\left(-1\frac{1}{4}\right)\times\left(-2\frac{3}{4}\right)$$

割り算を逆数のかけ算に直す.

$$=\left(-\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{11}{4}\right)$$

積の符号を決め，絶対値の計算をする.

$$=-\left(\frac{\cancel{5}}{6}\times\frac{\cancel{4}}{\cancel{5}}\times\frac{11}{\cancel{4}}\right)$$

前から順に計算するのでなく，まず分母と分子で約分をする.

$$=-\frac{\mathbf{11}}{\mathbf{6}}$$

(3) $\dfrac{3}{8} \div \left(\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{3}\right) - (-2)^3 - \dfrac{1}{2}$

$= \dfrac{3}{8} \div \left(\dfrac{3}{12} - \dfrac{4}{12}\right) - (-2)^3 - \dfrac{1}{2}$ ……① まず（　）の中

$= \dfrac{3}{8} \div \left(-\dfrac{1}{12}\right) - (-8) - \dfrac{1}{2}$ ……② 累乗の積

$= -\dfrac{3}{8} \times \dfrac{12}{1} + 8 - \dfrac{1}{2}$ 除法は乗法に．符号を直す.

$= -\dfrac{9}{2} + 8 - \dfrac{1}{2} = \mathbf{3}$ ……③ 乗法を先に行ってから，加減を行う.

例題 5

次の問いに答えなさい．

(1) 次の□，○にあてはまる数字をそれぞれ答えなさい．

$(+12) \times \square = -12 \qquad \bigcirc \times (-27) = (+27)$

(2) $\{(-7)+(+3)\} \times (-2)$ と同じ結果になる式を ①〜⑥ よりすべて選びなさい．

① $(-7) \times (+3) \times (-2)$　② $(-7)+(+3)+(-2)$

③ $(-7)+(+3) \times (-2)$　④ $(-7) \times (-2)+(+3)$

⑤ $(-7) \times (-2)+(+3) \times (-2)$　⑥ $\{(-7)+(-2)\} \times \{(+3)+(-2)\}$

■考え方　符号を逆にする式・分配法則

▼符号を逆にする式

(-1) 倍すると絶対値は変わらず符号のみが逆になる．したがって符号を逆にする操作は (-1) 倍することと言い換えられる．

<例> ある数を引く = 符号を逆にして加える = (-1) 倍して加える

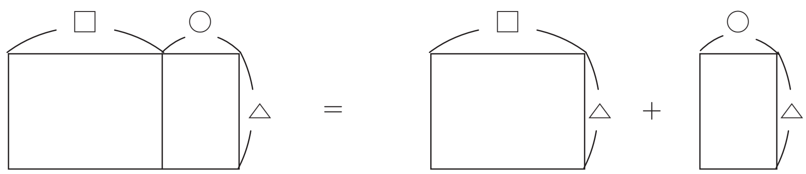
$$\begin{aligned}(-35)-(-49) &= (-35)+(-1)\times(-49)\\ &= (-35)+(+49)\end{aligned}$$

▼分配法則

符号を含む数の計算でも，次の分配法則が成り立つ．

$(\square + \bigcirc) \times \triangle = \square \times \triangle + \bigcirc \times \triangle$

$\triangle \times \square + \triangle \times \bigcirc = \triangle \times (\square + \bigcirc)$



<注> 左辺と右辺を逆にした，

$\square \times \triangle + \bigcirc \times \triangle = (\square + \bigcirc) \times \triangle$

$\triangle \times (\square + \bigcirc) = \triangle \times \square + \triangle \times \bigcirc$

も，分配法則といわれる．

◆ここに注意◆

計算の順序に関する規則は，① 原則として左から順番 ② かっこがあるときはかっこの中が先 ③ × ÷ が +− より先　となるが，これに次の 3 つの法則が加わってできている．

交換法則　○ + □ = □ + ○　　○ × □ = □ × ○

結合法則　(○ + □) + △ = ○ + (□ + △)　　(○ × □) × △ = ○ × (□ × △)

分配法則　(□ + ○) × △ = □ × △ + ○ × △　　△ × (□ + ○) = △ × □ + △ × ○

法則をしっかり理解しておこう．

◆ここに注意◆

分配法則として

(□ − ○) × △ = □ × △ − ○ × △

△ × (□ − ○) = △ × □ − △ × ○

を含めることもある．もちろんこの式も符号を含む式で成立する．

【要点】

符号を逆にする

(−1) をかけること

分配法則

(□ + ○) × △ = □ × △ + ○ × △

△ × (□ + ○) = △ × □ + △ × ○

■解答

(1) □ …… **(−1)**　，　○ …… **(−1)**

(2) ⑤ **(−7) × (−2) + (+3) × (−2)**

【要点のまとめ】

加法の交換法則　$\mathrm{A}+\mathrm{B}=\mathrm{B}+\mathrm{A}$

加法の結合法則　$(\mathrm{A}+\mathrm{B})+\mathrm{C}=\mathrm{A}+(\mathrm{B}+\mathrm{C})$

加法・減法の混じった式の計算方法

① 加法に直す

② 正の数・負の数どうしをまず加える

③ 異符号の数の和

符号が省略されているときの扱い

項の和として見て計算する．先頭の $+$ は省略されていると見る．符号は後ろの数につく．

3 つ以上の数の積

それぞれの数の絶対値の積をつくり，負の数が奇数個あれば $-$ の符号，偶数個あれば $+$ の符号をつける．

乗法の交換法則と結合法則

$\mathrm{A}\times\mathrm{B}=\mathrm{B}\times\mathrm{A}$　　（交換法則）

$(\mathrm{A}\times\mathrm{B})\times\mathrm{C}=\mathrm{A}\times(\mathrm{B}\times\mathrm{C})$　　（結合法則）

***a* の *n* 乗（累乗）**

$$a^n=\underbrace{a\times a\times\cdots\cdots\times a}_{n\text{ 個}}$$

乗法・除法の混じった計算の手順

① 割り算は逆数のかけ算に直して乗法だけの式にする．

② 積の符号を決め，絶対値の計算をする．このとき，積の順序を変えてよい．

四則の混じった計算の順序

① かっこの中の計算

② 累乗の計算

③ 乗法・除法，加法・減法の順に計算

符号を逆にする

(-1) をかけること

分配法則

$(\square+\bigcirc)\times\triangle=\square\times\triangle+\bigcirc\times\triangle$

$\triangle\times(\square+\bigcirc)=\triangle\times\square+\triangle\times\bigcirc$