

質の高い問題の経験量と長い計算を正確に解ききる緻密さが明暗を分ける！

東工大の数学は他の大学と比べて質が高く考察量の多い問題が出題される。そのため、難易度の高い問題を考察してきた経験値が試験場では重要である。さらに、試験時間が長くそれに相応した計算量を要求されるため、ミスなく解ききれる正確さと体力が重要な試験となる。

*分量:変化なし *難易度:変化なし(昨年度比)

■概要(180分)

* 出題・解答の形式

- 例年どおり、大問5題ですべて記述式。

* 特記事項

- 昨年減少した数学IIIの割合は戻って3題となったが、うち2題は複素数平面の問題であり、微積分の割合は小さい。コロナ禍以前は数学IIIの微積分のウェイトが高かった東工大だけに、今後この出題傾向が定着するか注目される。

■各問の分析(難易度は東工大受験生を母集団とする基準で判定しています)

第1問: 2次関数, 複素数平面 [標準]

複素数平面上で、2次方程式の解の存在範囲を図示するもの。処理は難しくないが、見慣れないタイプの問題と感じて戸惑った人も多そうだ。

いろいろな方針があり得るが、共役な2解を $z=x\pm yi$ において、直交座標で立式するのが比較的考えやすいだろう。ただし、それは z が虚数のときの話であり、 z が実数のときは別で議論する必要がある(たとえば、解の公式で z を具体的に表示し、 a, b の範囲から不等式で評価すればよい)。

第2問: 整数, 対称式の扱い [やや難]

類題を見たことはあるかもしれないが、最後まで正確に論証できる人は多くはないだろう。誘導に従い、基本対称式を s, t, u などにおいて、 s, t, u の話として進めると見通しがよい。

(1)は、背理法(対偶証明法)が有効な形であると気づけば、 a, b, c を s, t, u で表す発想になる。その際は、「1より大きい公約数をもつ」ではなく「素数の公約数をもつ」と仮定する定石を押さえておきたい。

(2)は、3数を s, t, u で表し、互除法の要領で次数を下げると、結局問われているのは「 $s, 2t, 3u$ の最大公約数」である。「 s, t, u の最大公約数」なら1なので、それとの違いに注目すれば、考え得る最大公約数の候補が絞られることになる。

第3問: 三角関数, 図形と方程式 [やや易]

動く直角三角形の頂点の軌跡を考える問題。難しい状況ではないが、方針を誤ると処理量が多くなってしまい大変である。

(1)は、 $t=0, 1$ の場合から予想すると見通しがよい。(2)は道のりだが、 P は直線上を動くので、積分は不要である。この設問は、(3)へのヒントとして「 P が直線のどの部分を動くか」に着目せよという示唆だったかもしれない。(3)は、そのヒントを汲んで、直線のうちどの部分が D に含まれるかに注目すると容易に示せる。

第4問: 複素数平面, 平面上の曲線 [やや難]

1次分数変換とよばれる変換を題材にしたもの。シンプルな設定だが、計算も煩雑であり、除外点などデリケートな考察を要する部分もあって、完答は容易ではない。

(1)では、図形の変換の基本に従い、関係式を z について解いて代入して、 K の式を具体的に得るのが早いだろう。そのあとは、得られた式を図形名のわかる形に整理していくことになり、その際は「方程式 $|z-\alpha|=k|z-\beta|$ は、直線(垂直二等分線)または円(アポロニウスの円)を表す」という知識があると見通しがよかった。

(2)は、 a を媒介変数として表示された曲線を図示する問題である。ここでも、2次曲線の媒介変数表示の形を知っているとだいぶ見通しがよかった。本問は、(1)、(2)ともに数学の知識や経験で差がついたといえそうだ。

第5問：積分法，確率 [やや難]

確率分布を背景とした積分の問題。処理や考察自体は難しくないのだが、論拠が不足したり、文字の多さに翻弄されたりして、ちゃんとした解析の力がないと特に後半は厳しかっただろう。

(1)は a の関数とみて増減を考えればよく、(2)は積分の長方形近似にすぎない。(3)、(4)は文字が多いので、冷静に状況を理解し意図をつかむことが必要。ここは正確な論証が求められるところであり、和と極限の順序交換(「 $\lim \Sigma$ 」を「 $\Sigma \lim$ 」と書き換える)にも気を使う必要があっただろう(\lim が収束することを保証しないと順序交換はできない)。

■ 合否の分かれ目

難化した昨年の傾向を引きつぎ、本年も難しめの問題が並んだ。とはいえ、第1問、第3問、第5問は、何をすればよいかわかれば処理は易しいので、この中からなんとか2問分以上は確保したい。あわせて他の大問からも取れるところを取って、全体で3問分程度の得点の一つの目安となっただろう。

■ 東工大数学の要求

要求① 微積分重視の出題。

以前から数学IIIの割合が高く、とくに微積分は頻出である。総じて数式処理力や計算力を必要とする問題が多いので、普段の問題演習に取り組むときから、計算が煩雑な問題であっても自力で最後まで解ききることが大切である。

もともと、直近では数学IIIの割合が下がったり、数学IIIでも微積分以外からの出題が目立ったりと傾向の揺れも見られるので、微積分に偏重することは危険である。特定分野に偏ることなく、ある程度はバランスよく力をつけていこう。

要求② 整数・確率。

整数・確率からもこのところコンスタントに出題されている。昔は整数・確率といえば難易度の高い問題が出題されていたが、近年ではやや易～標準レベルの出題が多く、完答できる力が要求される。

なお、確率は、直近の数年では目立たなくなっているが、このまま出題がなくなるということではないだろう。レベル感や出題傾向については、少し古い過去問などを参考にするとよい。

要求③ 過去問演習の徹底。

東工大の特徴の1つとして、「過去問の類題の出題」、「有名性質を背景とする出題」が多いということが挙げられる。たとえば、過去問では2017年度にも2次方程式 $x^2+cx+1=0$ (c は実数)の虚数解が単位円を描くことが取り上げられており、本年度の第1問はこれを発展させた類題といえる。こういった問題は経験していると非常に有利となるため、東工大や他大学のやや難しめの過去問に取り組んで経験を積んでおくとういだろう。

■ 東工大数学攻略のために

基礎力の完成

まずは基本事項の定着が大切。苦手分野があれば、受験生の夏頃までに克服しておこう。とくに、このところ東工大でよく出ている整数・確率は苦手とする人が多いので要注意。また、東工大頻出の数学IIIは演習が不足しがちなので意識して演習を積んでおくこと。

レベルUP

基本事項の定着が終わったら、本格的な実戦演習に入ろう。煩雑な数式の処理や、図形的なものの見方、整数問題の論理的な記述の仕方、数学III特有の方針の立て方など、東工大合格に必要な力を鍛えよう。

東工大レベルの演習

直前期には、東工大入試に即応した演習で総仕上げをするのがオススメ。長い試験時間や膨大な計算量に耐えられるよう、本番を想定した演習で当日に備えよう。もちろん過去問演習も忘れずに行いたい。また、論証力が必要な問題も出題されるので、普段から答案の書き方に注意したい。

質の高い問題の経験量と長い計算を正確に解ききる緻密さが明暗を分ける！

東工大の数学は他の大学と比べて質が高く考察量の多い問題が出題される。そのため、難易度の高い問題を考察してきた経験値が試験場では重要である。さらに、試験時間が長くそれに相応した計算量を要求されるため、ミスなく解ききれる正確さと体力が重要な試験となる。

*分量:変化なし *難易度:やや難化(昨年度比)

■概要(180分)

*** 出題・解答の形式**

- ・ 例年どおり、大問 5 題ですべて記述式。

*** 特記事項**

- ・ ここ数年、易化、難化を繰り返しており、2021 年度はやや難化したが、東工大としては標準的な難易度である。年度によってはその年度の一般的な数学入試の中では最上位層に位置する分量と難易度となることがある。
- ・ 例年は数学 III からの出題が 3 題程度と、数学 III 重視の色が鮮明であるが、今年度は 2 題しかなかった。

■各問の分析(難易度は東工大受験生を母集団とする基準で判定しています)

第1問:数列 [やや易]

数列の和の評価に関する問題。桁数ごとに分けて、各桁の最大の数で評価を行い和をとるという方針でよく、方針を立てるのも難しくはない。

第2問:2次曲線 [標準]

平行条件、垂直条件を考える問題だが、対称性や図形的考察によって見通しを立てるのは難しくない。露術の仕方に注意が必要だろう。

第3問:整数 [やや難]

(3)の難易度が少し高い。 $n \geq 4$ のときに、 a_n を書き下して積の形に直して素数にならないことを論述するところの発想が難しいだろう。

第4問:ベクトル,空間図形 [やや難]

球面上を自由に動く点に関する問題。(1)はただの計算だが、(2)は式の見方と図形的な考察(直観力)が要求され、難易度は高めといえるだろう。

第5問:微分法,積分法 [やや難]

(1)は考え方の誘導で、急所は(2)。高次不等式の成立条件にもち込むわけだが、その辺りの処理と論述に気を遣う問題。(3)はただの計算問題である。

■合否の分かれ目

今回のセットであれば、比較的解きやすい第1問、第2問を完答したい。また、1問あたり30分以上と時間はたっぷりあるので、あとは第3問から第5問のうち得意な分野からの加点や部分点も合わせて全体で6割程度の得点が得られれば十分合格ラインに到達したといえるだろう。

■東工大数学の要求

① 微積分重視の出題。

数学Ⅲの割合が高く、とくに微積分は頻出である。総じて数式処理力や計算力を必要とする問題が多いので、普段の問題演習に取り組むときから、計算が煩雑な問題であっても自力で最後まで解ききることが大切である。

② 整数・確率。

近年では、整数・確率からの出題が増えている。昔は整数・確率といえば難易度の高い問題が出題されていたが、近年ではやや易～標準レベルの出題が多く、完答できる力が要求される。

③ 過去問演習の徹底。

東工大の特徴の1つに、「過去問の類題の出題」、「有名性質を背景とする出題」が多いということが挙げられる。近年では、2016年度第4問が2011年度東工大AO入試問題の改題であった。こういった問題は経験していると非常に有利となるため、東工大や他大学のやや難しめの過去問に取り組んで経験を積んでおくとよいだろう。

■東工大数学攻略のために

基礎力の完成

まずは基本事項の定着が大切。苦手分野があれば、受験生の夏頃までに克服しておこう。とくに、近年の東工大でよく出ている整数・確率は苦手とする人が多いので要注意。また、東工大頻出の数学Ⅲは演習が不足しがちなので意識して演習を積んでおくこと。

レベルUP

基本事項の定着が終わったら、本格的な実戦演習に入ろう。煩雑な数式の処理や、図形的なものの見方、整数問題の論理的な記述の仕方、数学Ⅲ特有の方針の立て方など、東工大合格に必要な力を鍛えよう。

東工大レベルの演習

直前期は、東工大入試に即応した演習で総仕上げをするのがオススメ。長い試験時間や膨大な計算量に耐えられるよう、本番を想定した演習で当日に備えよう。もちろん過去問演習も忘れずに行いたい。また、論証力が必要な問題も出題されるので、普段から答案の書き方に注意したい。

質の高い問題の経験量と長い計算を正確に解ききる緻密さが明暗を分ける！

東工大の数学は他の大学と比べて質が高く考察量の多い問題が出題される。そのため、難易度の高い問題を考察してきた経験値が試験場では重要である。さらに、試験時間が長くそれに相応した計算量を要求されるため、ミスなく解ききれる正確さと体力が重要な試験となる。

*分量:変化なし *難易度:やや易化(昨年度比)

■概要(180分)

*** 出題・解答の形式**

- ・ 例年どおり、大問 5 題ですべて記述式。

*** 特記事項**

- ・ ここ数年、易化、難化を繰り返しており、2020 年度はやや易化したが、東工大としては標準的な難易度である。年度によってはその年度の一般的な数学入試の中では最上位層に位置する分量と難易度となることがある。
- ・ 数学 III からの出題が 3 題あり、数学 III 重視の色が鮮明である。
- ・ 2013 年度以降は 5 問構成である。また、2012 年度、2013 年度には独立した中間 2 つで構成された大問があったが、2014 年度以降は出題されていない。

■各問の分析(難易度は東工大受験生を母集団とする基準で判定しています)

第1問:整数, 2 次関数 [やや易]

2 次関数を題材とした整数問題で、論証力が問われる。問題文であえて「3 を法として 2 に合同である正の整数」という教科書発展事項の表現を用いる、実験をして方針を探るなど、「知的好奇心や探求心」がある学生を選抜したいという意思を感じる出題である。東工大受験生としては、本問は落とせないであろう。

第2問:複素数平面 [標準]

複素数平面上の正三角形を題材とした図形問題。(1)は教科書傍用問題集でも見受けられる問題であり、これは得点したい。差がつくのは(2)であり、複素数の式変形に慣れていることを前提として、見通しを立てて変形していかないと計算が煩雑になる。処理や設定の仕方などできるだけ手間がかからないような工夫ができたかどうかで差がついたであろう。

第3問:空間図形, 平面図形 [やや難]

座標空間内の平面上の 4 点が同一円周上にあるための必要十分条件を考察する問題。(1)は座標空間内の平面と線分の交点の座標を求める問題であり、基本レベル。(2)は同一円周上にあるための条件の立て方で大きく差がつく。できるだけ図形情報を引き出せるかで処理量が大きく変わり、(1)にも関連するが、たとえば 3 点 P, T, Q が同一直線上にあることを見抜いた上で、考察していきたいところ。

第4問:積分法(数学 III), 回転体の体積 [標準]

座標平面上の図形の回転体の体積を求める問題。ただし、回転軸は座標軸に平行でない直線を扱っている。丁寧な誘導がついているので、未経験の受験生でも充分対応できるが、問題演習で経験がある人は有利だったと思われる。ただし、知識があることが大事ではなく、置換積分や積分と体積の関係など基本を押さえているかどうかを試すことが出題意図と思われるので、ある程度の論述が必要である。(1)は得点でき、(2)で差がついたであろう。

第5問:数列の極限, 積分法(数学 III) [やや難]

定積分で表された数列を題材に、極限を考察する論証問題。(1)は漸化式を導く問題であり、これは落とせない。(2)も東工大受験生はとりたいたい問題である。(3)、(4)はやや難易度が高く、極限値の存在に関して、細かな議論が求められる。(2)以降では、(1)の漸化式の利用の仕方や極限値に関わる項がみえるかどうかのカギになる。

■合否の分かれ目

今回のセットであれば、比較的解きやすい第1問を完答したい。また、1問あたり30分以上と時間はたっぷりあるので、東工大受験生であれば2, 3, 4のいずれか2題は完答しておきたいところ。また、その他の問題での部分点も合わせて全体で6割程度の得点が得られれば十分合格ラインに到達したといえるだろう。

■東工大数学の要求

① 微積分重視の出題。

数学Ⅲの割合が高く、とくに微積分は頻出である。2020年度は5問中3問に数学Ⅲの内容が含まれ、そのうち第4問、第5問が微積分からの出題であった。総じて数式処理力や計算力を必要とする問題が多いので、普段の問題演習に取り組むときから、計算が煩雑な問題であっても自力で最後まで解ききることが大切である。

② 整数・確率。

2020年度の第1問のように、近年では、整数・確率からの出題が増えている。昔は整数・確率といえば難易度の高い問題が出題されていたが、近年ではやや易～標準レベルの出題が多く、完答できる力が要求される。

③ 過去問演習の徹底。

東工大の特徴の1つに、「過去問の類題の出題」、「有名性質を背景とする出題」が多いということが挙げられる。近年では、2016年度第4問が2011年度東工大AO入試問題の改題であった。こういった問題は経験していると非常に有利となるため、東工大や他大学のやや難しめの過去問に取り組んで経験を積んでおくとういだろう。

■東工大数学攻略のために

基礎力の完成

まずは基本事項の定着が大切。苦手分野があれば、受験生の夏頃までに克服しておこう。とくに、近年の東工大でよく出ている整数・確率は苦手とする人が多いので要注意。また、東工大頻出の数学Ⅲは演習が不足しがちなので意識して演習を積んでおくこと。

レベルUP

基本事項の定着が終わったら、本格的な実戦演習に入ろう。煩雑な数式の処理や、図形的なものの見方、整数問題の論理的な記述の仕方、数学Ⅲ特有の方針の立て方など、東工大合格に必要な力を鍛えよう。

東工大レベルの演習

直前期は、東工大入試に即応した演習で総仕上げをするのがオススメ。長い試験時間や膨大な計算量に耐えられるよう、本番を想定した演習で当日に備えよう。もちろん過去問演習も忘れずに行いたい。また、論証力が必要な問題も出題されるので、普段から答案の書き方に注意したい。