

第5回 高2数学

総 評

今回は以下の分野から出題した。

「高次方程式」「三角関数」「場合の数・確率」

「指数・対数関数」「微分積分」「ベクトル」

「数列」「図形と方程式」

レベルとしては、易しいものから難しいものまで、幅広く出題した。標準レベルのものまでは全員に正解してほしかったが、残念ながら出来がよい問題もあった。間違えた問題については、「解答」や「解説」を参考にしっかり復習しておこう。

また、答案の作り方についても意識しておくといい。せっかくわかっているのに、理解していることが採点者に伝わらないと点数はもらえない。「解答」の記述も参考に、どのように書けばよいか、どの程度書けばよいかなどについて確認しておきたい。

問題別講評

1 小問集合

(1) **A**では、解の公式より求めた α を3乗する際に計算ミスしたと思われる、虚数を答えたものが目立った。次数下げの手法を確認しておこう。また、**I**でも虚数を答えたものが散見された。整式の除法についてよく復習しておこう。

(2) **ウ**は比較的にできていたが、**エ**は x の係数 $\frac{2}{3}$ を無視した $\frac{\pi}{4}$ という誤答が目立った。

(3) **オ**はまずまずの出来だったが、**カ**では様々な誤答が見られた。2人が隣り合う場合の数は、隣り合う2人をひとまとめにして考えるのが定石。円順列の個数の求め方と合わせて確認しておこう。

(4) **キ**はできていた。**ク**については想定よりもできていたが、5という誤答が目立った。本問のような問題では、桁数や最高位の数字を求めたい数を、10の累乗を含む不等式で表すことがポイント。

2 微分積分

積分法を利用して面積を求める問題。

(1) 方針は立っているものがほとんどであった。しかし、判別式の条件より t の2次不等式を得たあ

とのミスが目立った。

(2) いわゆる「6分の1公式」が利用できることに気づいているものは多かった。しかし、その立式の際に x^2 の係数2を忘れたものが多かった。

(3) できていなかった。まずは面積を求める図形を正しく図示することを心がけよう。

3 ベクトル

三角形と円を題材にしたベクトルの問題。

(1) できていた。

(2) (i) 点Dが直線AB上の点であることを、ベクトルを用いて表すところでつまづいているものが目立った。ベクトルの垂直条件と合わせてしっかり復習しておこう。

(ii) 点Fが円Kの周上の点であるという条件をどのように利用するかが難しかったようである。直径に対する円周角が直角であることに着目した「解答」のほか、半径に着目した「別解C」のような解答も可能である。本問ではどちらの方針でも計算量は大きな差はないが、臨機応変に対応できるよう、様々な解法を学び取ってほしい。

4 数列

2つの数列に共通する項に関する問題。

(1) できていた。

(2) 数列 $\{b_n\}$ の項を書き出すことで b_n を5や10で割った余りの周期性に気づいたものは想定よりも多かった。しかし、その周期性を示すところまでできていたものは少なかった。

(3) (2)で余りの周期性に気づけたものについては、最後までできていたものが多かった。

5 図形と方程式

領域に関する最大・最小問題。

(1) 領域の境界線は正しく図示できているものが多かった。しかし、その後、異なる部分を示しているものが目立った。

(2) (3)あまりできていなかった。このタイプの問題では、どんなときに最大値・最小値をとるか、図をかいて把握することがポイントである。図をかく中で方針が見えることも多いので、まったく手がつかなかった人も「解答」の図を見ながらもう一度考えてみよう。

採点基準

以下に配点の目安を記しますので、参考にしてください。なお、下記は目安であり、立式や計算の過程において、場合に応じて部分的に得点を与えることや、減点することがあります。

また、「解答」以外の方法で解いた場合などは、以下の基準に当てはまらないこともあります。

1 (40 点)

いずれも答に

- (1) **ア** : 4 点, **イ** : 6 点 10 点
- (2) **ウ** : 4 点, **エ** : 6 点 10 点
- (3) **オ** : 4 点, **カ** : 6 点 10 点
- (4) **キ** : 4 点, **ク** : 6 点 10 点

2 (30 点)

(1) (8 点)

直線 l の方程式を求めて 3 点
答に 5 点

(2) (10 点)

面積を t の式で表して 6 点
面積の最大値 (答) に 3 点
そのときの t の値 (答) に 1 点

(3) (12 点)

直線 m , n の方程式を求めて 2 点
面積を求める式に 7 点
答に 3 点

3 (30 点)

(1) (8 点)

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求める式に 4 点
答に 4 点

(2) (i) (10 点)

$\vec{OD}$ を実数 s と $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表して 2 点
 s の値を求めて 4 点
答に 各 2 点

(ii) (12 点)

$\vec{OF}$ を実数 t と $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表して 2 点
 t の値を求めて 6 点
答に 4 点

4 (50 点)

(1) (10 点)

答に 各 5 点

(2) (20 点)

b_1, b_2, b_3, b_4 を 5 で割った余りを
それぞれ求めて 4 点

数列 $\{b_n\}$ の各項を 5 で割った余りが
周期性をもつことを示して 8 点

答に 8 点

(3) (20 点)

数列 $\{b_n\}$ の各項を 5 で割った余りが
0 以外のすべての値をとることに 10 点
答に 10 点

5 (50 点)

(1) (10 点)

領域 D の境界となる図形を図示して 6 点
答に 4 点

(2) (i) (15 点)

a が最大値をとる状況を説明して 5 点
 a が最小値をとる状況を説明して 5 点
答に 5 点

(ii) (25 点)

正しく場合分けができて 5 点
 $k \geq 3$ のとき,

b が最小値をとる状況を説明して 3 点
 $k \geq 3$ のとき, b の最小値 (答) を求めて 2 点
 $1 < k < 3$ のとき,

b が最小値をとる状況を説明して 3 点
 $1 < k < 3$ のとき,

b の最小値 (答) を求めて 2 点
 $-\sqrt{3} \leq k \leq 1$ のとき,

b の最小値 (答) を求めて 5 点
 $k < -\sqrt{3}$ のとき,

b が最小値をとる状況を説明して 3 点
 $k < -\sqrt{3}$ のとき,

b の最小値 (答) を求めて 2 点