第３回　高２数学

総　評

今回は以下の分野から出題した。

「対数関数」「三角関数」「微積分」「確率」

「ベクトル」「図形と方程式」「数列」

レベルとしては，易 ～ 標準 ～ 難と，幅広く出題した。標準レベルのものまでは全員に正解してほしかったが，残念ながら出来がよくない問題もあった。間違えた問題については，「**解答**」や「**解説**」を参考にしっかり復習しておこう。

また，答案の作り方についても意識しておくとよい。せっかくわかっていても，理解していることが採点者に伝わらないと点数はもらえない。「**解答**」の記述も参考に，どのように書けばよいか，どの程度書けばよいかなどについて確認しておきたい。

問題別講評

$\boxed{1}$　小問集合

（1）**ア**では，$2^0 = 0$ と間違えたと思われる答案が散見された。また**イ**では，真数条件を見落とした答案が多かった。できなかった人は，これを機に十分注意してもらいたい。

（2）三角関数の合成は基本的にはよくできていたが，三角不等式については，$\alpha \leqq \theta \leqq \pi - \alpha$ を答えとするなど，惜しいものが見られた。

（3）特に**キ**の出来は思ったほどよくはなかった。ここでは，**カ**の結果を利用して省力化するのがポイントである。

（4）確率の問題であり，**ク**は比較的よくできていたが，**ケ**の出来はあまりよくなく，いろいろな誤答が見られた。

$\boxed{2}$　微積分

３次関数の微分についての問題。

（1）極値をもたない条件であるが，「**解答**」の方法以外にも，方程式 $f'(x) = 0$ を解いて $0 = -2a$ を導いたりして，よくできていた。

（2）a の値による場合分けをした答案も見られたが，「**解答**」のように処理すればよいことを理解しておこう。また，解と係数の関係を利用することもできる。

（3）$a = 0$ の場合を $a < 0$ の場合に含めてしまったりして，この場合の考察がきちんとできていない答案が見られた。このレベルの問題に対しては，きちんとした答案が書けるようになっておいてほしい。

$\boxed{3}$　ベクトル

三角形と円を題材にしたベクトルの問題。本問や次の $\boxed{4}$ の問題において，様々な図形的な視点を是非身につけてもらいたい。

（1）まずは BC の中点の位置ベクトルを求めたりして，よくできていた。

（2）（ⅰ）与えられた垂直条件を内積を用いて立式できれば，さほど難しくはなかっただろう。

（ⅱ）AB がこの円の直径であることに気づくのが最大のポイントである。この後は三角比を利用したり方べきの定理を利用したりと様々だったが，「**解答**」や「**解説**」以外の解法を用いた答案は，途中のミスが目立った。

$\boxed{4}$　図形と方程式

円の通過領域を求める問題。数式の処理力や図形的な発想力も必要で，難易度は高めである。

（1）半径を求める際の計算ミスが目についたが，基本的にはよくできていた。

（2）（ⅰ）図形的な条件を方程式の条件に読み替えるのがポイントである。「**解答**」のように読み替えたあと，数値代入法で処理した答案も見られた。

（ⅱ）（ⅰ）の結果を利用するわけだが，白答以外の答案では，まず点 P の軌跡を求めて，図形的に考えたものが多かった。

$\boxed{5}$　数列

群数列についての問題で，整数の性質と絡めて出題した。

（1）P_n の規則性については，概ね把握できているようだった。

（2）（ⅰ）「**解説**」のように階差数列を利用したり，数学的帰納法を利用したりと，様々な解法が見られたが，階差が $4n$ であることの説明が不足しているものが目立った。

（ⅱ）「**解答**」や「**解説**」のように 5 で割った余りに着目した答案はあまり見られず，素直に 10 で割った余りに着目した答案でも，途中の説明不足のものが多かった。

採点基準

以下に配点の目安を記しますので，参考にしてください。なお，下記は目安であり，立式や計算の過程において，場合に応じて部分的に得点を与えることや，減点することがあります。

また，「**解答**」以外の方法で解いた場合などは，以下の基準に当てはまらないこともあります。

$\boxed{1}$ (40点)

いずれも答に

（1）**ア**：5点，**イ**：5点 ……………………10点

（2）**ウ**：2点，**エ**：3点，**オ**：5点 ………10点

（3）**カ**：5点，**キ**：5点 ……………………10点

（4）**ク**：5点，**ケ**：5点 ……………………10点

$\boxed{2}$ (40点)

（1）(10点)

$f'(x)$を求めて ……………………………………3点

$f'(x)=0$ の判別式に ………………………………4点

答に ……………………………………………………3点

（2）(15点)

極値をもつ条件に ……………………………………2点

$f(0)\cdot f(-2a)=0$ に ……………………… 8点

答に ……………………………………………………5点

（3）(15点)

場合分けと増減に ………………………… 各2点

最小値についての不等式に …………… 各1点

答や不適に ……………………………………各2点

$\boxed{3}$ (40点)

（1）(10点)

答に ……………………………………………各5点

（2）（i）(15点)

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ を a で表して ……………………6点

$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BG}=0$ に ……………………………3点

a の方程式に ……………………………………2点

a^2 の値に ………………………………………2点

答に ……………………………………………………2点

（ii）(15点)

$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}k\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}k\overrightarrow{AC}$ とおいて ……………2点

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BE}=0$ に ……………………………7点

k の値に …………………………………………4点

答に ……………………………………………………2点

$\boxed{4}$ (40点)

（1）(10点)

円の方程式を変形して ………………………4点

答に ………………………………………………各3点

（2）（i）(15点)

a について整理して …………………………3点

恒等式となる条件に …………………………6点

$(x,\ y)$ の座標に ……………………………各2点

答に ………………………………………………各1点

（ii）(15点)

AB を直径とする円に ………………………2点

a についての不等式に ………………………2点

a の値の範囲（答）に ………………………2点

$f(-1)\leqq 0$ の式に …………………………2点

$f(3)\leqq 0$ の式に ……………………………2点

領域の図示（答）に …………………………5点

$\boxed{5}$ (40点)

（1）(10点)

$\mathrm{P}_l(10,1)$ は第10群の末項に ………………2点

$l=55$（答）に ……………………………………2点

k についての不等式に ………………………2点

P_{200} は第20群の10項目に ………………2点

$\mathrm{P}_{200}(10,11)$ （答）に ……………………2点

（2）（i）(15点)

a_n は第 $(2n-1)$ 群の中央の項までの項数に

………………4点

第 $(2n-1)$ 群の末項までの項数に ………2点

第 $(2n-1)$ 群の初項までの項数に ………2点

a_n を n の式で表して ………………………2点

$n=1$ での成立を確認して …………………3点

答に ……………………………………………………2点

（ii）(15点)

b_n の式に …………………………………………3点

連続する3整数の積が3の倍数より，

5の倍数を示して ………………………………3点

$R(0)\sim R(4)$ に ………………………………5点

b_n を5で割ったときの余りは $0, 1, 4$ に

………………2点

証明を締めくくって ……………………………2点