

第2回 高2数学

総評

今回は以下の分野から出題した。

「指数関数」「三角関数」「微積分」「確率」

「図形と方程式」「ベクトル」「数列」

レベルとしては、易・やや易・標準・やや難・難

と、幅広く出題した。標準レベルのものまでは全員に正解してほしかったが、残念ながら出来がよくない問題もいくつかあった。間違えた問題については、「解答」「解説」を参考にしっかり復習しておこう。

また、答案のつくり方についても意識しておくとうい。せっかくわかっている、理解していることが採点者に伝わらないと点数はもらえない。「解答」の記述も参考に、どのように書けばよいか、どの程度書けばよいかなどについて確認しておきたい。

問題別講評

1 小問集合

(1) 不等式の出来はよかったが、方程式の出来はその半分ぐらいだった。できなかった人は指数法則の確認をしておいてもらいたい。

(2) 三角不等式はよくできており、三角関数のとり得る値の範囲についてもまずまずの出来であった。

(3) 思ったほど出来はよくない。力では白答が目立った。

(4) キはよく出来ていた。クの出来は悪く、いろいろな誤答が見られた。

2 微積分

3次関数のグラフと最小値についての問題。

(1) よくできていた。

(2) (1) で求めた関係式を t の方程式と見て、その解の個数の話に着させるのがポイントであるが、この読み替えができていなかった。

(3) a の値による場合分けができていない人が目立つ。とくに、解の公式を使って方程式 $f'(x)=0$ の解を $x=-1 \pm |a-1|$ とし、絶対値の中身の符号で場合分けしておしまいにした人が多かった。このあと、 $a-2$ 、 $-\alpha$ と 0 との大小関係によって場合分けする必要がある。

3 ベクトル

円に内接する三角形を題材にしたベクトルの問題。

(1) よくできていた。

(2) 図形的に求めようとして計算ミスした人が多かった。

(3) 座標を導入して $\triangle PQR$ の面積を求めた猛者もいたが、全体的に出来はよくない。とくに、「解説B」の方法で求めようとして挫折した人が多かった。図形的な見方を身につけておいてもらいたい。

4 図形と方程式

2円の位置関係と軌跡に関する問題。数式処理力と図形的な見方の両方が必要で、難易度は高い。

(1) 「解説A」の方法で求めようとした人が大半を占めたが、正解にたどり着けたのはほんの一握りであった。根号と絶対値を含む不等式になるため計算は煩雑であるが、根気よく取り組めば解けないので、集中力を切らさないでほしかった。

(2) X 、 Y を m で表そうとしてミスした人、 m で表すことはできたものの、そこから m を消去できなかった人が多い。この処理は決して難しいものではない。しっかり復習して、確実にできるようにしておいてもらいたい。

(3) (2) ができていないので、手をつけられなかった人がほとんどであった。見方が面白い問題なので、再挑戦してほしい。

5 数列

漸化式で定められた数列についての問題。

(1) 一般項を予想しただけの人が少なくない。漸化式の両辺の対数をとった人はほとんどいなかった。

(2) (1) ができた人は比較的よくできていた。

(3) 不等式②を立式するところまでもやや難しく、さらに立式後の処理が難しいが、正答にたどり着いた人もちらほら見られた。後半で用いた「式の評価」の考え方は、とくに数学Ⅲにおいて重要であるので、ぜひ身につけてもらいたい。

採点基準

以下に配点の目安を記しますので、参考にしてください。なお、下記は目安であり、立式や計算の過程において、場合に応じて部分的に得点を与えることや、減点することがあります。

また、「解答」以外の方法で解いた場合などは、以下の基準に当てはまらないこともあります。

1 (40点)

いずれも答に

- (1) **ア**:5点, **イ**:5点 10点
- (2) **ウ**:5点, **エ**:5点 10点
- (3) **オ**:5点, **カ**:5点 10点
- (4) **キ**:5点, **ク**:5点 10点

2 (40点)

(1) (10点)

接線の方程式を求めて5点
答に5点

(2) (15点)

$g(t)$ の増減を調べて8点
答に7点

(3) (15点)

方程式 $f'(x)=0$ を解いて3点
正しく場合分けして3点
それぞれの場合の $f(x)$ の増減を調べて3点
答に6点

3 (40点)

(1) (7点)

答に7点

(2) (13点)

$\vec{OB} \cdot \vec{OC}$ の関係を立式して6点
答に7点

(3) (20点)

$\triangle PQR$ と $\triangle OBC$ の面積比を求めて10点
 $\triangle OBC$ の面積を求めて5点
 $\triangle PQR$ の面積を求めて5点

4 (40点)

(1) (10点)

①, ②が円を表す条件を求めて2点
①, ②から y を消去して得られる方程式の判別

式を求めて3点
答に5点

(2) (15点)

X, Y, m の関係式を求めて2点
軌跡の方程式を求めて6点
軌跡の限界を調べて2点
図示して5点
(3) (15点)

$\frac{2-Y}{2-X}$ の図形的な意味を捉えて3点

$\angle DCE$ の大きさを求めて6点
答に6点

5 (40点)

(1) (15点)

一般項を推測して3点
数学的帰納法で証明して12点

(2) (10点)

隣接する3項の和 S_k を求めて4点
答に6点

(3) (15点)

P_{3n} 求めて3点
 n の不等式を立式して3点
答に9点