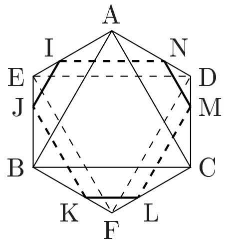
氏名	増進　太郎	学年	中・高・大　3年／先生／一般	会員番号（Z会員の方のみ）	12-98765-4
住所	〒411-0943 静岡県駿東郡長泉町下土狩105-17			メールアドレス	books@zkai.co.jp
電話番号	055-973-7117	問題番号	1・2・3・4・5・6（←いずれかに○をつけてください）		

(1) 右図のように正 8 面体 V を ABCDEF として，平面 ABC に平行な平面 α と 6 個の線分 AE, EB, BF, FC, CD，DA との交点をそれぞれ I, J, K, L, M, N とする．



このとき

$$\mathrm{IJ} /\!/ \mathrm{AB}$$

より，$\triangle$EJI は正 3 角形であるから，EI $= t$ とおくと

$$\mathrm{IJ} = t$$

また

$$\mathrm{JK} /\!/ \mathrm{AC},\ \mathrm{AC} /\!/ \mathrm{EF} \qquad \therefore\quad \mathrm{JK} /\!/ \mathrm{EF}$$

であるから $\triangle$BKJ も正 3 角形で，JB $= 1 - t$ より

$$\mathrm{JK} = 1 - t$$

同様にして

$$\mathrm{IJ} = \mathrm{KL} = \mathrm{MN} = t,$$

$$\mathrm{JK} = \mathrm{LM} = \mathrm{NI} = 1 - t$$

がいえるから，V を平面 α で切ったときの切り口の周の長さは

$$3t + 3(1 - t) = 3$$

で，t の値によらない．V は正 8 面体であるから，他の面に平行な平面で切ったときも同様である．ゆえに，V を一つの面と平行な平面で切ったときの切り口の周の長さは一定である．　（証終）

(2) (1) の 6 角形 IJKLMN を G とする．

G において

$$\mathrm{IJ} /\!/ \mathrm{AB},\quad \mathrm{NM} /\!/ \mathrm{AC},$$

$$\mathrm{IN} /\!/ \mathrm{ED} /\!/ \mathrm{JM} /\!/ \mathrm{BC}$$

で，$\triangle$ABC は正 3 角形であるから，

$$\angle \mathrm{JIN} = \angle \mathrm{INM} = 120^\circ,\quad \mathrm{JM} = \mathrm{BC} = 1$$

である．同様にして，G の内角がすべて 120° で，

$$\mathrm{IL} = \mathrm{KN} = 1$$

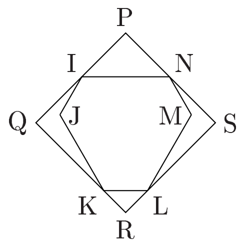
であることがいえる．

いま，G を含む平面上で，G の外部に点 P，R を

$$\angle \mathrm{PIN} = \angle \mathrm{PNI} = 45^\circ$$

$$\angle \mathrm{RKL} = \angle \mathrm{RLK} = 45^\circ$$

となるようにとって，2 直線 PI，RK の交点を Q，また 2 直線 PN，RL の交点を S とすると，直線 PR に関する G の対称性から



$$\angle \mathrm{PQR} = \angle \mathrm{PSR} = 90^\circ$$

である．一方

$$\angle \mathrm{IJK} = \angle \mathrm{NML} = 120^\circ$$

より，G は四角形 PQRS に覆われる．また

$$\angle \mathrm{QIJ} = 180^\circ - (45^\circ + 120^\circ) = 15^\circ$$

で，KN // IJ であるから

$$\mathrm{PQ} = \mathrm{KN}\cos 15^\circ = \cos 15^\circ$$

である．同様にして QR $= \cos 15^\circ$ であるから，四角形 PQRS は一辺の長さが $\cos 15^\circ < 1$ の正方形である．

ゆえに一辺の長さが 1 の正方形の穴があいた平面を π とするとき，正方形 PQRS を穴の内部に保ちながら V の一つの面に平行に π を移動させれば，V をこの平面 π にふれることなく穴を通過させることができる．　（証終）