1 今日から６年生 ①

答え

1 ① 720通り

② 3

③ 12 通り

④ 723

考え方

1 ① 百の位の数字で場合分けします。

まず，百の位を０とします。十の位が１のとき，同じ数字を使えないことに注意すると，お父さんが選べる３けたの数は，

012，013，…，019

の８通りあります。そして，十の位が２のとき，３のとき，…，９のときも同じように考えると，８通りずつあることがわかります。だから，百の位が０のとき，お父さんが選べる３けたの数は，

$8 \times 9 = 72$（通り）

百の位が１のとき，２のとき，…，９のときも同じように考えると，72 通りずつあることがわかります。

したがって，お父さんが選べる３けたの数は，全部で，

$72 \times 10 = 720$（通り）

（別の考え方）

百の位が０のとき，十の位で使える数字は，百の位で使った数字を除（のぞ）いた９通りあります。この９通りそれぞれに対して，一の位で使える数字は，百の位と十の位で使った数字を除いた８通りあります。だから，百の位が０のとき，お父さんが選べる３けたの数は，

$8 \times 9 = 72$（通り）

のように求めることもできます。

② １回目の点数から４，５，６を使っていないこと，２回目の点数から７，８，９から１つだけ使っていること，３回目の点数から０，１，２から１つだけ使っていることがわかります。

これより，３以外の９つの数字から２つしか使っていないことがわかるので，３は必ず使います。

③ ３は必ず使うので，その３をどの位で使うかで場合分けします。

まず，３を百の位とします。２回目の点数から，８が十の位か，９が一の位のどちらかとわかります。８が十の位のとき，３回目の点数より，一の位は０か１となります。だから，考えられる３けたの数は，380，381です。９が一の位のときも同じように考えると309，329とわかるので，３が百の位のとき，４通りあります。

そして，３が十の位のとき，３が一の位のときも同じように考えると，

（十の位）730，731，139，239

（一の位）703，723，183，283

の４通りずつあることがわかります。

したがって，考えられる３けたの数は，全部で，

$4 \times 3 = 12$（通り）

④ ４回目の点数から０と９を使っていないこと，５回目の点数から８と１を使っていないことがわかります。③の 12 通りの数の中で，この条件にあてはまるものは，723 だけです。

したがって，お父さんが選んだ３けたの数は 723 とわかります。

4 パスカルの三角形 ②

答え

1 ① (左から順に) 2, 3, 5, 8

② 【例】ある行の数の総和は, 2 つ前の行と 1 つ前の行の数の総和をたした数になる。だから,

7 行目…5 + 8 = 13

8 行目…8 + 13 = 21

9 行目…13 + 21 = 34

10 行目…21 + 34 = 55

③ 【例】4 番目の数は,

(奇数) + (偶数) = (奇数)

より奇数。5 番目の数は,

(偶数) + (奇数) = (奇数)

より奇数。6 番目の数は,

(奇数) + (奇数) = (偶数)

より偶数。これより,「奇数, 奇数, 偶数」をくり返すことがわかるので, 9 番目, 12 番目, …のような 3 の倍数番目の数はすべて偶数になる。

考え方

1 ② 3 行目の数の総和は, 1 行目と 2 行目の数の総和をたした数になっています。

何行目	1	2	3	4	5	6
総和	1	1	2	3	5	8

1 + 1 = 2　3 + 5 = 8

同じことが, ほかの行の数の総和でも成り立っています。すなわち, ある行の数の総和は, 2 つ前の行と 1 つ前の行の数の総和をたしたものになっています。

このことに注目すると, 各行の数を調べずに総和を求めることができます。

丸つけは, 次の 2 つが書けていれば正解とします。各 20 点。

- ある行の数の総和が, 2 つ前の行と 1 つ前の行の数の総和をたした数になること
- 10 行目の総和を求める式

③ ある x 番目の数が偶数になるか, 奇数になるかは, 2 つ前の ($x-2$) 番目と 1 つ前の ($x-1$) 番目の数が偶数か奇数かに注目して考えます。

なお, 7 番目の数は, 4 番目の数と同じようにして,

(奇数) + (偶数) = (奇数)

より奇数。8 番目の数は, 5 番目の数と同じようにして,

(偶数) + (奇数) = (奇数)

より奇数。9 番目の数は, 6 番目の数と同じようにして,

(奇数) + (奇数) = (偶数)

より偶数とわかります。

「1 番目, 2 番目, 3 番目」

→「4 番目, 5 番目, 6 番目」

→「7 番目, 8 番目, 9 番目」

のように, 3 つをかたまりとして考えていくのがポイントで,「奇数, 奇数, 偶数」をくり返すことから, 3 の倍数番目の数は偶数とわかります。

丸つけは, 次の 2 つが書けていれば正解とします。各 20 点。

- 6 番目の数が偶数になる理由
- 「奇数, 奇数, 偶数」をくり返すこと

17 拡大図・縮図を見つけよう ①

答え

1 ❶ ① 2　② 3　③ 1.5　④ 2.4

❷ $\frac{45}{28}$ cm $\left(1\frac{17}{28}\text{ cm}\right)$

❸ 54cm^2

考え方

1 ❶ 三角形ＡＢＣと三角形ＡＤＥの対応する辺の長さの比は，

ＡＢ：ＡＤ＝2：3

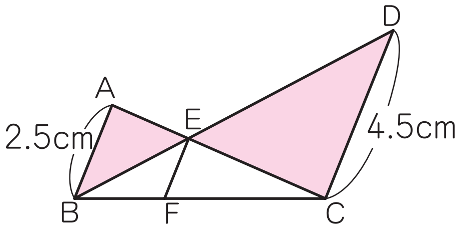
より，三角形ＡＤＥは三角形ＡＢＣの，

3 ÷ 2 = 1.5（倍）

の拡大図です。辺ＡＥの長さは，対応する辺ＡＣの長さが 1.6cm だから，

1.6 × 1.5 = 2.4（cm）

❷ まず，下の図の色をつけた部分は，問題の**図 2** のような形をしています。

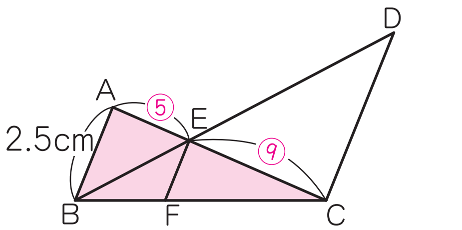


三角形ＡＢＥと三角形ＣＤＥの対応する辺の長さの比は，

ＡＢ：ＣＤ＝2.5：4.5＝5：9

だから，ＡＥ：ＣＥ＝5：9

次に，下の図の色をつけた部分は，問題の**図 1** のような形をしています。



三角形ＣＥＦと三角形ＣＡＢの対応する辺の長さの比は，

ＣＥ：ＣＡ＝9：(9＋5)＝9：14

だから，

ＥＦ：ＡＢ＝9：14

ＥＦ＝$x$cm とおくと，

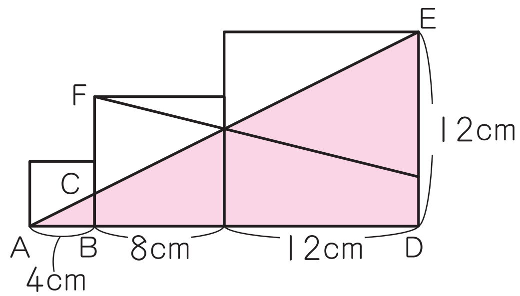
x：2.5 = 9：14

となるので，

$$x = 2.5 \times \frac{9}{14} = \frac{45}{28}$$

したがって，ＥＦ＝$\frac{45}{28}$ cm です。

❸ まず，下の図の色をつけた部分は，問題の**図 1** のような形をしています。



三角形ＡＢＣと三角形ＡＤＥの対応する辺の長さの比は，

ＡＢ：ＡＤ＝4：(4 + 8 + 12)

＝4：24＝1：6

だから，ＢＣ：ＤＥ＝1：6

ＢＣ＝$y$cm とおくと，

y：12 = 1：6

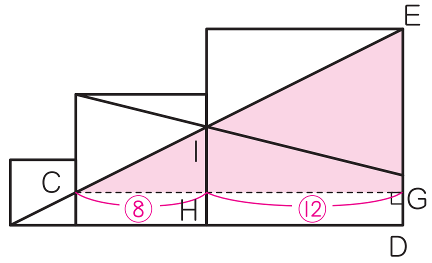
となるので，

y = 12 ÷ 6 = 2

これより，辺ＦＣの長さは，

8 − 2 = 6（cm）

次に，下の図の点Ｃから辺ＤＥに垂直な直線を引き，辺ＤＥと交わってできる点をＧとおきます。色をつけた部分は，問題の**図 1** のような形をしています。



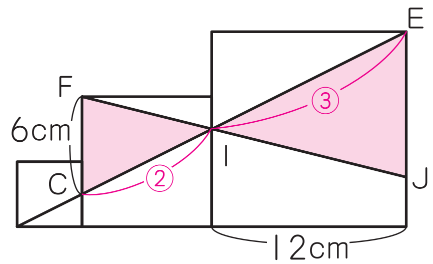
三角形ＣＨＩと三角形ＣＧＥの対応する辺の長さの比は，

ＣＨ：ＣＧ＝8：(8+12)＝2：5

だから，ＣＩ：ＣＥ＝2：5 より，

ＣＩ：ＩＥ＝2：(5−2)＝2：3

さらに，下の図の色をつけた部分は，問題の**図 2** のような形をしています。



三角形ＦＣＩと三角形ＪＥＩの対応する辺の長さの比は，

ＣＩ：ＥＩ＝2：3

だから，ＦＣ：ＪＥ＝2：3

ＪＥ＝$a$cm とおくと，

6：a = 2：3

となり，3 ÷ 2 = 1.5 より，

a = 6 × 1.5 = 9

したがって，三角形ＪＥＩの底辺の長さは 9cm，高さは 12cm だから，面積は，

9 × 12 ÷ 2 = 54（cm^2）

18 拡大図・縮図を見つけよう ②

答え

1 ❶ 直角三角形ＤＢＡ

…90 度，x 度，(90 − x) 度

直角三角形ＤＡＣ

…90 度，x 度，(90 − x) 度

❷ 辺ＡＤ…$\frac{48}{25}$ cm $\left(1\frac{23}{25}\text{ cm}\right)$

辺ＢＤ…$\frac{64}{25}$ cm $\left(2\frac{14}{25}\text{ cm}\right)$

2 135cm^2

考え方

1 ❷ ❶より，三角形ＡＢＣと三角形ＤＢＡの 3 つの角の大きさは等しいです。三角形ＡＢＣのほうが大きいので，三角形ＡＢＣは，三角形ＤＢＡの拡大図になっています。

三角形ＡＢＣと三角形ＤＢＡの対応する辺の長さの比を考えます。

ＡＣ：ＤＡ＝ＢＣ：ＢＡ

より，ＤＡ＝$x$cm とおくと，

$$\frac{12}{5} : x = 4 : \frac{16}{5}$$

となります。

$$\frac{16}{5} \div 4 = \frac{16 \times 1}{5 \times 4} = \frac{4}{5}$$

より，x の値は，

$$\frac{12}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{48}{25}$$

だから，ＤＡ＝$\frac{48}{25}$ cm です。

また，

ＡＢ：ＤＢ＝ＢＣ：ＢＡ

より，ＤＢ＝$y$cm とおくと，

$$\frac{16}{5} : y = 4 : \frac{16}{5}$$

38 旅人算の応用 ②（流水算）

答え

1 式　（25 − 17）÷ 2 = 4
　　　（25 + 17）÷ 2 = 21
答え　流れの速さ…時速 4km
　　　静水時の速さ…時速 21km

2 ① 7.2km
② 12 分後，38 分後

考え方

1 問題の図より，
流れの速さ
＝（下りの速さ − 上りの速さ）÷ 2
静水時の速さ
＝（下りの速さ ＋ 上りの速さ）÷ 2
で求められることがわかります。
だから，流れの速さは，
（25 − 17）÷ 2 = 4
より，時速 4km です。また，静水時の速さは，
（25 + 17）÷ 2 = 21
より，時速 21km です。

2 ① 問題のグラフより，A 地点から B 地点に行くのに 30 分，B 地点から A 地点に行くのに 20 分かかることがわかります（A 地点が下流，B 地点が上流と考えられます）。だから，時間の比は，
30：20 = 3：2
であり，これより，速さの比は，

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = 2 : 3$$

となります。そこで，A 地点から B 地点に行くとき（上り）の速さを②とおくと，B 地点から A 地点に行くとき（下り）の速さは③となります。すると，静水時の速さは，**1** と同じように考えて，
（2 + 3）÷ 2 = 2.5
より 2.5 となり，これが時速 18km にあたります。だから，①は，
18 ÷ 2.5 = 7.2
より，時速 7.2km にあたるので，A 地点から B 地点に行くとき（上り）の速さは，
7.2 × 2 = 14.4
より，時速 14.4km です。A 地点と B 地点の間の道のりは，時速 14.4km で 30 分進んだときの道のりに等しいので，
30 分＝ 0.5 時間
14.4 × 0.5 = 7.2（km）
より，7.2km とわかります。

② 船㋐と船㋑の速さは，A 地点から B 地点に行くとき（上り）は時速 14.4km で，B 地点から A 地点に行くとき（下り）は，
7.2 × 3 = 21.6
より，時速 21.6km です。
同時に出発したとき，船㋐と船㋑は 7.2km はなれていて，1 時間で，
14.4 + 21.6 = 36（km）
縮（ちぢ）まる速さで近づきます。だから，1 回目に出会うまでにかかる時間は，
7.2 ÷ 36 = 0.2（時間）
0.2 時間＝ 12 分
より，出発してから 12 分後です。
そして，2 回目に出会ってから 1 往復するまでに，船㋐と船㋑は 7.2km はなれます。だから，2 回目に出会ってから 1 往復するまでにかかる時間は 12 分とわかり，出発してから，
50 − 12 = 38（分後）
となります。